

Was österreichische Schüler(innen) am Ende der 8. Schulstufe (nicht) können ...

Die Standards M8 Testung und deren Ergebnisse aus fachdidaktischer Sicht

EDITH SCHNEIDER, KLAGENFURT

Die offiziellen Rückmeldungen der bundesweiten Standards M8 - Testung zeigen relative Stärken und Schwächen von Schulen bzw. Klassen. Will man Aussagen über die Testanforderungen und die tatsächlichen Leistungen der österreichischen Schülerinnen und Schüler, ihre Stärken und Schwächen in einzelnen mathematischen Inhalts- und Handlungsbereichen machen, so ist es notwendig, die Standards M8 - Testung im Hinblick auf die „objektiven“ Anforderungen der einzelnen Testaufgaben wie auch im Hinblick auf die bei den einzelnen Aufgaben erzielten Lösungshäufigkeiten zu untersuchen. In diesem Beitrag werden ausgewählte Analyseergebnisse zu den zwei Inhaltsbereichen „Variable und funktionale Abhängigkeiten“ und „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ dargestellt.

1. Eckdaten der Standards M8 - Testung

Im Jahre 2009 wurden in Österreich „Bildungsstandards“ u.a. für das Fach Mathematik für die 8. Schulstufe („Standards M8“) gesetzlich verankert (bm:ukk 2009/2013), im Mai 2012 wurden erstmals bundesweite (!) Standards M8 - Testungen durchgeführt. Getestet wurden dabei ca. 80000 Schülerinnen und Schüler (SuS) der 8. Schulstufen, davon ca. ein Drittel aus Allgemeinbildenden Höheren Schulen (AHS) und zwei Drittel aus Allgemeinbildenden Pflichtschulen (APS), bzw. etwas mehr als 4000 Klassen. Durch die Testung wurden ca. 94 % der potentiellen AHS SuS und ca. 90 % der potentiellen APS SuS erfasst. Ausgenommen von der Testung waren u.a. SuS mit sonderpädagogischen Förderbedarf sowie natürlich SuS, die an den Testtagen nicht anwesend waren. Die Testleitung erfolgte in 10 % der Klassen (Zufallsauswahl) durch schulexterne Testadministratorinnen und Testadministratoren, in den restlichen 90 % der Klassen durch schulinterne Testadministratorinnen und Testadministratoren (vgl. Schreiner & Breit 2012). In letzteren wurden insgesamt 72 verschiedene Testitems, verteilt auf sechs verschiedene Testhefte mit jeweils 48 Testitems, eingesetzt. Jedes dieser 72 Testitems wurde von ca. 50000 SuS bearbeitet, wodurch sich recht verlässliche Aussagen über die bei der Bearbeitung der Aufgaben erbrachten Schüler(innen)leistungen machen lassen.

Die offiziellen Ergebnismeldungen zur Standards M8 Testung fokussieren auf *relative* Stärken und Schwächen von Schulen im Vergleich zum bundesweiten Durchschnitt sowie in einem speziellen („fairen“) Schul- und Klassenvergleich (siehe Schreiner & Breit 2012). Gründe für diese Ausrichtung der Ergebnisse liegen u.a. in dem der Testung zugrunde liegenden psychometrischen Testmodell und den damit bereits im Vorhinein festgelegten testtheoretischen Grundannahmen („Normen“) sowie den damit verbundenen grundsätzlichen Problemen und Grenzen der Testung. Genauer dazu findet sich im Beitrag von A. Vohns in diesem Heft (Vohns 2014).

Um Aussagen über die *tatsächlichen* Leistungen der österreichischen SuS, ihre Stärken und Schwächen in einzelnen Handlungs- und Inhaltsbereichen machen zu können, muss die Standards M8 - Testung hinsichtlich der „objektiven“ Anforderungen der einzelnen Testitems und der dabei erzielten Lösungshäufigkeiten untersucht werden. Dies geschieht im Folgenden anhand der o. a. 72 österreichweit eingesetzten Testitems. Die Datenbasis bilden dabei die tatsächlich bei der Testung eingesetzten Testaufgaben und die von den SuS bei der Bearbeitung der Testaufgaben erzielten Lösungshäufigkeiten gesamt sowie differenziert nach Geschlecht und Schultyp.

2. Testinstrumentarium

Die Lösungshäufigkeiten aller 72 in der Haupttestung eingesetzten Testitems liegen zwischen 94,2 % (im psychometrischen Sinne leichteste Aufgabe) und 11 % (im psychometrischen Sinne schwierigste Aufgabe); die durchschnittliche Lösungshäufigkeit im Sinne des arithmetischen Mittels liegt bei 48,8 %, im Sinne des Median bei 49,2 % - siehe Abb. 1. Die in Abb. 1 eingezeichneten waagrechten Linien teilen die 72 Aufgaben in (im psychometrischen Sinne) „leichte“ (Lösungshäufigkeit über 65 %), „mittelschwere“ (Lösungshäufigkeit zwischen 30 % und 65 %) und „schwere“ (Lösungshäufigkeit unter 30 %) Aufgaben. Der in etwa gleich große Anteil an leichten und schweren Aufgaben (jeweils ca. 30 %) und der etwas größere Anteil an mittelschweren Aufgaben ergibt sich – ebenso wie die durchschnittliche Lösungshäufigkeit von ca. 50 % – aus der nach psychometrischen Kriterien erfolgten Zusammenstellung der Testaufgaben.

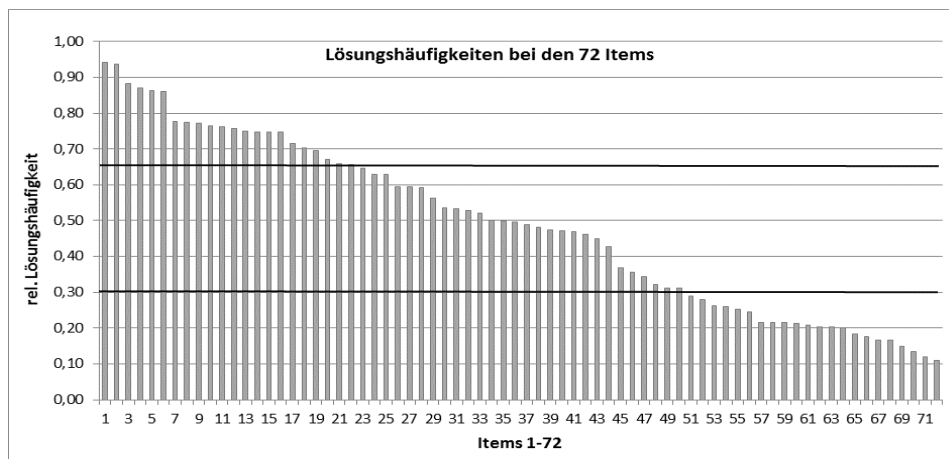


Abb. 1: Lösungshäufigkeiten der 72 im Haupttest eingesetzten Items (geordnet nach fallenden Lösungshäufigkeiten)

Dem österreichischen Standards-Konzept für das Fach Mathematik liegt ein dreidimensionales Kompetenz-Modell zugrunde, in dem mathematische Kompetenzen als dreidimensionale Konstrukte (Handlungs- Inhalts, Komplexitätsdimension) modelliert werden. Für die geforderten mathematischen Kompetenzen am Ende der 8. Schulstufe („Standards M8“) wurden folgende vier Inhalts- und Handlungsbereiche sowie folgende drei Komplexitätsbereiche identifiziert:

Inhaltsbereiche

- I1: Zahlen und Maße
- I2: Variable und funktionale Abhängigkeiten
- I3: Geometrische Figuren und Körper
- I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen

Handlungsbereiche

- H1: Darstellen, Modellbilden
- H2: Rechnen, Operieren
- H3: Interpretieren
- H4: Argumentieren, Begründen

Komplexitätsbereiche

- K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten

- K2: Herstellen von Verbindungen
- K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

Die Identifikation dieser Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsbereiche basiert auf fachdidaktischen, vor allem aber auch auf bildungstheoretischen Überlegungen, die sich insbesondere an zwei sich ergänzenden bildungstheoretischen Anforderungen orientieren, nämlich *Lebensvorbereitung* und *Anschlussfähigkeit*. (Genauer zum österreichischen Standards-Modell findet sich u. a. in IDM 2007; Kröpfl & Schneider 2012 und dort insbesondere in Peschek 2012.)

Eine Analyse der 72 Testitems gemäß dieses Standards-Konzepts ergibt die in Tab. 1 dargestellte Verteilung (wobei hier auf die Komplexitätsbereiche nicht eingegangen wird):

Tab. 1: Verteilung der 72 Testitems (N ≈ 50 000)

	H1	H2	H3	H4	W	Summe
I1	3	4	5	4	2	18
I2	6	8	2	3	0	19
I3	5	3	3	4	3	18
I4	4	6	3	3	1	17
Summe	18	21	13	14	6	72

Die 72 Testitems verteilen sich in etwa gleichmäßig auf die vier o. g. Inhaltsbereiche, weniger gleichmäßig aber auf die vier Handlungsbereiche: Aufgaben mit operativen Anforderungen (H2) überwiegen deutlich gegenüber Aufgaben mit interpretativen Anforderungen (H3) und Argumentations- bzw. Begründungsaufgaben (H4). Hinzu kommen einige Aufgaben, die keine Kompetenzen überprüfen, sondern lediglich Faktenwissen (W) abfragen.

Bezogen auf die (hier nicht dargestellte) Komplexitätsdimension zeigt die Analyse, dass Aufgaben, die den direkten Einsatz von Grundkenntnissen und -fertigkeiten (K1) oder den Einsatz von Reflexionswissen bzw. Reflektieren (K3) erfordern, in etwa gleichverteilt sind, es aber kaum Aufgaben gibt, bei denen das Herstellen von Verbindungen (K2) erforderlich ist.

3. Ausgewählte Testergebnisse

Am Institut für Didaktik der Mathematik der Alpen Adria Universität Klagenfurt, Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik, wurden alle 72 in der bundesweiten Testung eingesetzten Testitems einzeln im Hinblick auf ihre Zuordnung zu den verschiedenen Handlungs- Inhalts- und Komplexitätsbereichen gemäß des Standards-Modells M8 (siehe Tab. 1) sowie im Hinblick auf die mathematischen Anforderungen und auf die bei den einzelnen Aufgaben erzielten Lösungshäufigkeiten analysiert. Dabei wurden die Lösungshäufigkeiten in einem ersten Schritt gesamt wie auch getrennt nach Handlungs- und Inhaltsbereichen untersucht. Im Folgenden werden ausgewählte Ergebnisse dieser Analysen dargestellt. Konkret beziehen sich die hier beschriebenen Ergebnisse auf die Leistungen der SuS bei jenen Testitems, die (i) dem *Inhaltsbereich I2: Variable und funktionale Abhängigkeiten* und (ii) dem *Inhaltsbereich I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen* zuzuordnen sind.

3.1 Inhaltsbereich I2: Variable und funktionale Abhängigkeiten

Dem Inhaltsbereich I2 konnten 19 der 72 Testitems zugeordnet werden („I2-Items“ – vgl. Tab. 1).

Abb. 2 zeigt, dass die Lösungshäufigkeiten der 19 I2-Aufgaben zwischen ca. 94 % und 18 % liegen. Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit liegt bei den I2-Aufgaben bei 50,7 %, wobei dieser Wert um 4 %-Punkte höher ist als jener bei Aufgaben des Inhaltsbereichs I1: Zahlen und Maße und um 6 %-

Punkte höher als jener des Inhaltsbereichs I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen, aber um ca. 2%-Punkte unter dem des Inhaltsbereich I3: Geometrische Figuren und Körper liegt.

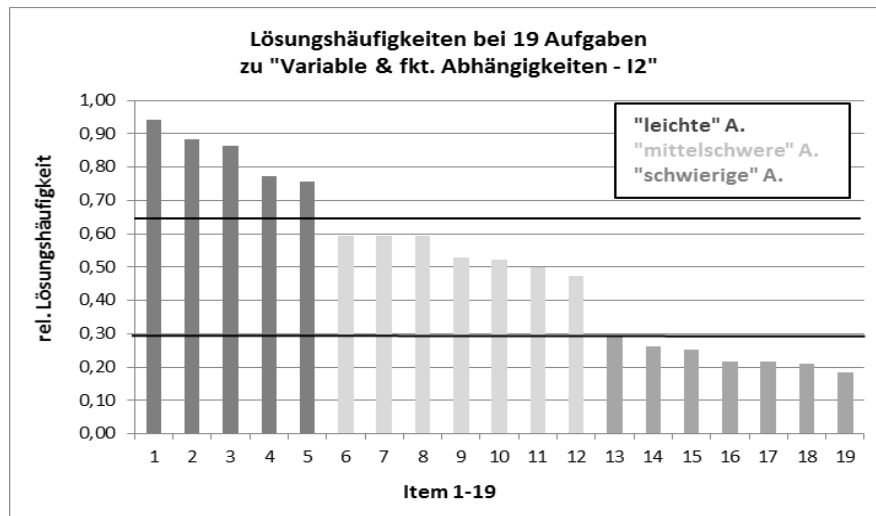


Abb. 2: Lösungshäufigkeiten der I2-Items (nach Lösungshäufigkeiten geordnet)

Fünf der 19 I2-Items sind den SuS (im psychometrischen Sinne) „leicht“, sieben Items „schwer“ gefallen (siehe Abb. 2). Dabei ist auffallend, dass die Lösungshäufigkeiten der I2-Aufgaben in den einzelnen „Schwierigkeitsbereichen“ durchgängig mehrheitlich in der oberen Hälfte angesiedelt sind. Weiters ist die leichteste I2-Aufgabe auch gleichzeitig jene Aufgabe, die den SuS von allen 72 Aufgaben am leichtesten gefallen ist, und die drei I2-Aufgaben mit einer Lösungshäufigkeit von über 80 % fallen unter die sechs für die SuS insgesamt leichtesten Aufgaben.

Für eine Bewertung der Lösungshäufigkeiten ist es erforderlich, die im Test gezeigten Leistungen den fachlichen Anforderungen der Items gegenüberzustellen:

„leichte“ I2-Aufgaben (Lösungshäufigkeit über 65 %)

- Zusammenhang zwischen Text- oder Termdarstellung und grafischer Darstellung (er)kennen; Werte aus grafischen Darstellungen ablesen
- In einfache lineare Terme Werte einsetzen; Werte berechnen
- Gültigkeit einfacher Rechengesetze prüfen

Abb. 3 zeigt ein freigegebenes Testitem aus diesem Bereich, dessen fachliche Anforderung dem letzten der genannten Punkte zuzuordnen ist:

Alina sagt, dass es egal sei, ob in einem Term $a + b$ oder $b + a$ steht, da diese Ausdrücke gleichwertig sind. Sie behauptet auch, dass man bei allen vier Grundrechnungsarten die Variablen vertauschen darf.

Lies dir jede Aussage durch. Kreuze an, ob sie richtig oder falsch ist.

	richtig	falsch
$a + b = b + a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a - b = b - a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a \cdot b = b \cdot a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a : b = b : a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abb. 3: „Leichte“ I2-Aufgabe (aus den freigegebenen Testitems – <https://www.bifie.at/node/1950>)

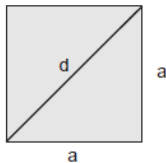
Die Lösungshäufigkeit dieser Aufgabe beträgt 75,7%, was bedeutet, dass immerhin fast ein Viertel der österreichischen SuS diese Aufgaben nicht erfolgreich lösen konnte; die Differenz der Lösungshäufigkeit von AHS SuS und APS SuS ist hier mit 26 %-Punkten überdurchschnittlich hoch ist (AHS: 93 %, APS: 67 %).

„mittelschwere“ I2-Aufgaben (Lösungshäufigkeit zwischen 30% und 65%)

- Gegebenen Gleichungen Texte zuordnen
- Einfache Terme umformen
- Korrekte Vorgehensweise beim Einsetzen in elementare Terme oder beim Umformen einfacher Gleichungen erkennen bzw. begründen

Abb. 4 zeigt ein freigegebenes Testitem aus diesem Bereich:

Um die Länge der Diagonale eines Quadrats zu berechnen, kann man den Lehrsatz des Pythagoras zu Hilfe nehmen:

$$d^2 = a^2 + a^2$$


Die Formel soll so vereinfacht werden, dass die Diagonale d sofort berechnet werden kann. Welche der folgenden Herleitungen ist richtig?

Lies dir jede Aussage durch. Kreuze an, ob sie richtig oder falsch ist.

	richtig	falsch
$d^2 = a^2 + a^2$ $d^2 = 2 \cdot a^2$ $d = \sqrt{2 \cdot a^2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$d^2 = a^2 + a^2$ $\sqrt{d^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{a^2}$ $d = a + a$ $d = 2 \cdot a$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$d^2 = a^2 + a^2$ $d^2 = a^4$ $d = a^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abb. 4: „Mittelschwere“ I2-Aufgabe (aus freigegebenen Testitems – <https://www.bifie.at/node/1950>)

Nur ca. 47 % der SuS sind in der Lage, diese Aufgabe korrekt zu lösen, etwas mehr als die Hälfte der SuS scheitert bei dieser elementaren Umformung einer einfachen quadratischen Gleichung, wobei die Umformung nicht selbst durchzuführen ist, sondern die Korrektheit einer Umformung zu bewerten ist.

„schwierige“ I2-Aufgaben (Lösungshäufigkeit unter 30%)

- Zwischen Darstellungen (Graph – Gleichung) einer linearen Funktion wechseln
- Nichtfunktionale Zuordnungen bzw. (nicht)lineare Zusammenhänge anhand von Darstellungen erkennen
- Variablen in linearen Gleichungen kontextbezogen interpretieren
- Lineare Gleichungen (Formeln) aus gegebenem Text aufstellen

Ein Beispiel für eine schwierige Aufgabe kann hier in Ermangelung eines vom bifie freigegebenen Items nicht angegeben werden. Bemerkenswert ist, dass die schwierigste I2-Aufgabe dem vierten der o. g. Punkte zuzuordnen ist und ihre fachlichen Anforderungen im Wesentlichen denen einer klassischen, im Mathematikunterricht häufig vorkommenden elementaren Textaufgabe entspricht.

Betrachtet man die Handlungsbereiche (Abb. 5), so fällt auf, dass „*Interpretationsaufgaben*“ entweder in den Bereich der „leichten“ Aufgaben (wenn es um das Ablesen und Deuten von Funktionswerten geht) oder in den Bereich der „schwierigen“ Aufgaben (wenn es um kontextbezogene Interpretationen von Variablen geht) fallen. Aufgaben mit (durchwegs klassischen elementaren) *operativen Anforderungen* fallen vor allem in den Bereich der mittelschweren Aufgaben. Als eher leichte operative Aufgabe erweist sich dabei das Einsetzen von Werten in eine (lineare) Gleichung, als schwierige Aufgabe hingegen das Entscheiden, ob ein gegebener Punkt auf einer als Gleichung gegebenen Geraden liegt. *Argumentations- und Begründungsaufgaben* zählen eher zu den schwierigen Aufgaben, wobei hier in der Regel nicht selbst Argumente/Begründungen zu formulieren sind, sondern vorgegebene Argumentationen/Begründungen hinsichtlich ihres Zutreffens zu bewerten sind. Aufgaben, die einen *Darstellungswechsel* erfordern, verteilen sich auf alle drei „Schwierigkeitsbereiche“, wobei insbesondere ein Wechsel von Funktionsdarstellungen (Graph – Gleichung) in den Bereich der schwierigen Aufgaben fällt, ebenso der Wechsel von einem Text in eine Gleichungsdarstellung (Formel).

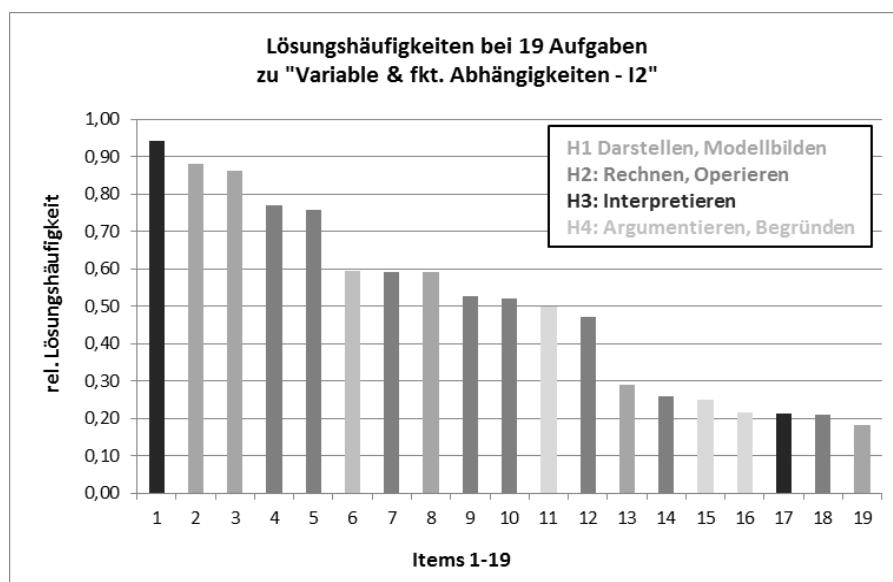


Abb. 5: Lösungshäufigkeiten der I2-Items – gegliedert nach Handlungsbereichen

Differenzierung nach Geschlecht

Die Unterschiede in den Lösungshäufigkeiten zwischen Mädchen und Burschen sind bei der Standards M8 - Testung insgesamt gering (mit Vorteil für die Burschen) und nicht signifikant. Der Inhaltsbereich I2 ist jedoch insofern bemerkenswert, als er der einzige Inhaltsbereich ist, in dem die durchschnittliche Lösungshäufigkeit der Mädchen (51,2 %) über der der Burschen liegt (50,3 %). Unterschiede zugunsten der Mädchen von mehr als 5 %-Punkten sind bei den Aufgaben 9,10 und 11 zu erkennen (vgl. Abb. 6), die entweder operative Anforderungen (Umformen von Termen) haben oder das Erkennen korrekter Begründungen für das Vorgehen beim Einsetzen von Werten verlangen. Abb. 6 macht aber deutlich, dass nicht für alle I2-Aufgaben eine höhere Lösungshäufigkeiten der Mädchen gilt, somit kein durchgängiger Trend erkennbar ist. Auch nicht mit Blick auf die fachlichen Anforderungen – so schneiden etwa bei der ebenso auf operative Fähigkeiten abzielenden Aufgabe 12 die Burschen (ge-

ringfügig) besser ab. Hier wären weiterführende Inhalts- und Handlungsbereich übergreifende systematische Analysen von Interesse.

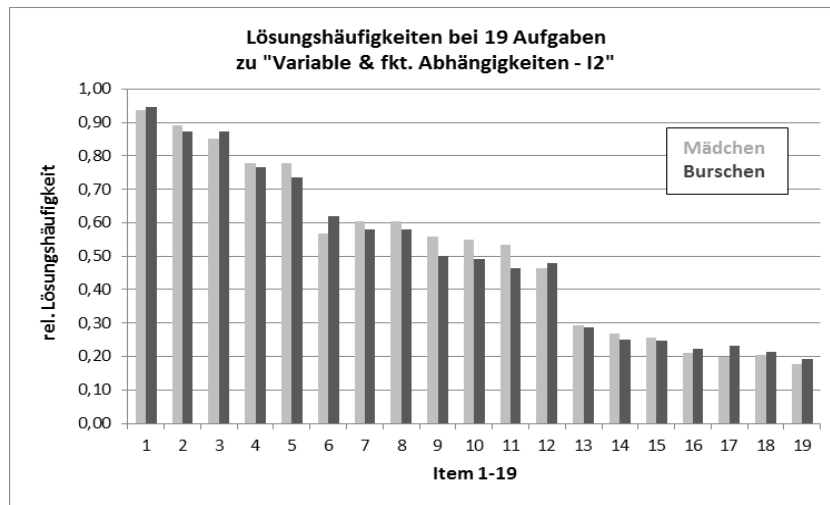


Abb. 6: Lösungshäufigkeiten der I2-Items – getrennt nach Geschlecht

Differenzierung nach Schultyp

Deutliche Unterschiede zeigen sich in den Leistungen der SuS aus dem AHS-Bereich im Vergleich zu jenen aus dem APS-Bereich – Abb. 7. Die Differenz der durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten der beiden Gruppen liegt bei 19,5 %-Punkten, wobei der Mittelwert der AHS SuS bei 63,8 % und jener der APS SuS bei 44,3 % liegt. Bei keiner der 19 I2-Aufgaben ist die Lösungshäufigkeit der SuS aus dem APS-Bereich höher als jene der AHS SuS. Sechs der 19 I2-Aufgaben weisen einen Unterschied von mehr als 25 %-Punkten auf, bei zwei Aufgaben beträgt die Differenz mehr als 30 %-Punkte (Aufgabe 10 und 11). Es handelt sich dabei um Aufgaben, die insgesamt als leichte oder mittelschwere Aufgaben gesehen werden können und überwiegend den Einsatz operativer Fähigkeiten und Kenntnisse erfordern. Große relative Unterschiede sind bei den drei insgesamt schwierigsten I2-Aufgaben zu erkennen, wo die Lösungshäufigkeiten der AHS SuS zwei- bis dreimal (Aufgabe 19) so hoch ist als jene der APS SuS. Fachlich geht es dabei im Wesentlichen um kontextbezogene Interpretationen bzw. das Aufstellen von (linearen) Gleichungen aus einem Text.

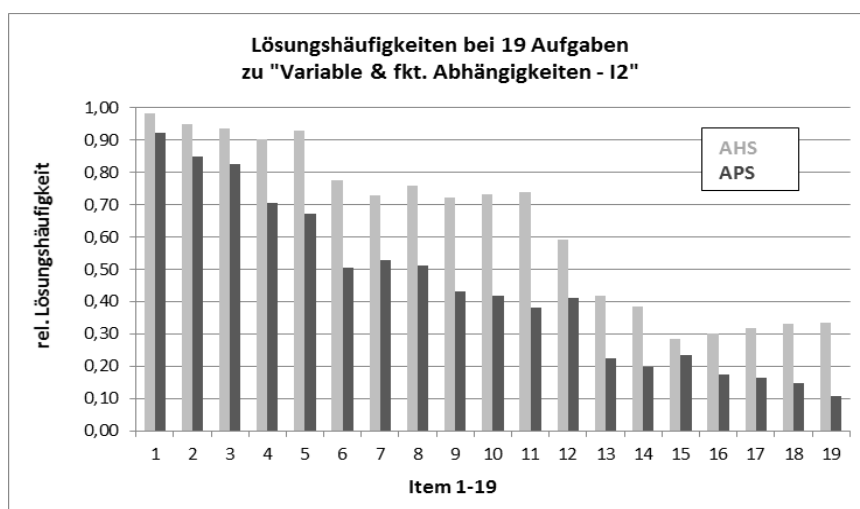


Abb. 7: Lösungshäufigkeiten der I2-Items – getrennt nach Schultypen

3.2 Inhaltsbereich I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen

17 der 72 Testitems fallen in den Inhaltsbereich I4 („I4-Items“ – vgl. Tab. 1). Die Lösungshäufigkeiten der I4-Aufgaben liegen zwischen 94 % und 12 % - vgl. Abb. 8. Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit im Sinne des arithmetischen Mittels beträgt 44,5 %. Dies ist deutlich geringer als im Inhaltsbereich I2 Variable und funktionale Abhängigkeiten und ist der niedrigste Mittelwert aller vier Inhaltsbereiche überhaupt. Hier zeigt sich eine deutliche Diskrepanz zu den Punktwerten der offiziellen Ergebnisse, wo der gesamtösterreichische Mittelwert des Inhaltsbereichs I4 mit 544 Punkten der höchste der Mittelwerte aller Inhaltsbereiche ist. Dieser liegt fast 10 Punkte höher als jener des Inhaltsbereichs I2 mit 535 Punkten und (mind.) 20 Punkte höher als jene der Inhaltsbereiche I1 (524 Punkte) und I3 (522 Punkte), was zweifelsohne eine Fehlinterpretation der erzielten Leistungen im Sinne von „Im Inhaltsbereich Statistik ist eh alles bestens“ provoziert. Die Gründe für diese Diskrepanz liegen im der Testung zugrundeliegenden Testmodell (siehe Vohns 2014).

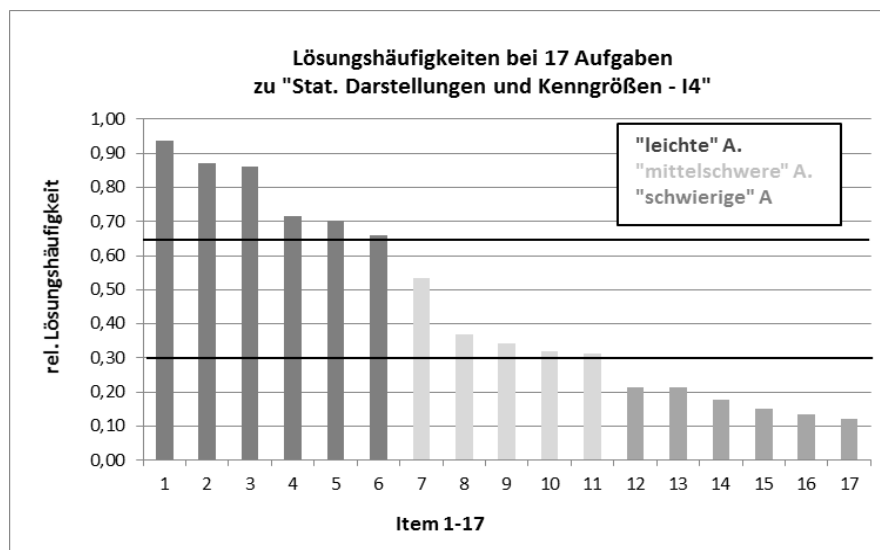


Abb. 8: Lösungshäufigkeiten der I4-Items (geordnet nach Lösungshäufigkeiten)

Abb. 8 zeigt, dass sich unter den 17 I4-Aufgaben in etwa gleich viele (im psychometrischen Sinne) leichte (6), mittelschwere (5) und schwierige (6) Aufgaben befinden. Bei drei der sechs leichten Aufgaben konnten die SuS eine Lösungshäufigkeit von über 80 % erreichen. Sieht man von diesen drei Aufgaben ab, sind die Lösungshäufigkeiten der Aufgaben des Inhaltsbereichs I4 anders als jene der Aufgaben im Inhaltsbereich I2 in den einzelnen „Schwierigkeitsbereichen“ mehrheitlich in der unteren Hälfte angesiedelt. Im mittelschweren Teil wirkt sich dies auch auf den Median aus, der bei den I4-Items bei 34,4 % liegt, während er bei den I2-Items 52,1 % beträgt. Bemerkenswert ist auch, dass die Hälfte der acht Gesamtitems, die eine Lösungshäufigkeit von unter 20 % haben, ebenso in den Inhaltsbereich I4 fallen (Aufgaben 14-17 in Abb. 8) wie die Hälfte der sechs Gesamtitems, die eine Lösungshäufigkeit von über 80 % haben.

Eine Analyse der fachlichen Anforderungen der I4-Items ergibt folgendes Bild:

„Leichte“ I4-Aufgaben (Lösungshäufigkeit über 65 %)

- Aus Stabdiagrammen erkennen, wie viele Werte (Stäbe) unter/über einen vorgegebenen Wert liegen; Differenz zwischen zwei aus einem statistischen Diagramm abgelesenen Werten bilden
- Tabellierte Werte mit Werten in einem statistischen Diagramm auf Übereinstimmung vergleichen
- Arithmetisches Mittel aus wenigen, max. dreistelligen natürlichen Zahlen ermitteln

Abb. 9 zeigt ein freigegebenes I4-Item aus diesem Bereich:

In einer Schulklasse mit 17 Schüler/innen ist die Anzahl der Geschwister erhoben worden. Hier siehst du eine Aufstellung, wie viele Geschwister jede/r Schüler/in hat:

Schüler/innen	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
Geschwister	3	2	1	0	3	2	1	1	0	4	6	3	0	2	1	2	3

Berechne, wie viele Geschwister die Schüler/innen dieser Klasse durchschnittlich haben.

Schreib die Lösung in das Kästchen.

Abb. 9: „Leichte“ I4-Aufgabe (aus den freigegebenen Testitems – <https://www.bifie.at/node/1950>)

In diesem Item ist die direkte Berechnung eines arithmetischen Mittels aus 17 einstelligen natürlichen Zahlen (Summenbildung und Division im Kopf möglich) erforderlich. Wenn man „durchschnittlich“ nicht mit dem arithmetischen Mittel, sondern mit dem Median modelliert, erhält man die gleiche Lösung.

Die Lösungshäufigkeit dieser Aufgabe liegt bei 70,4 %. Eine Differenzierung nach Schultyp ergibt für die AHS SuS eine Lösungshäufigkeit von 88,4 % und für die APS SuS eine Lösungshäufigkeit von 61,1 %. Das bedeutet, dass 30 % der österreichischen SuS bzw. fast 40 % der APS SuS diese Aufgabe nicht korrekt lösen konnten. Bemerkenswert ist, dass die Anforderung, das arithmetische Mittel aus vier dreistelligen ganzen Zahlen direkt zu ermitteln, zu einer noch geringeren Lösungshäufigkeit (ca. 5 %-Punkte) – unabhängig vom Schultyp – führt.

„Mittelschwere“ I4-Aufgaben (Lösungshäufigkeit zwischen 30 % und 65 %)

- Definition des Median (er-)kennen, Median (aus wenigen, max. zweistelligen natürlichen Zahlen) ermitteln
- Definition/Formel des arithmetischen Mittels verwenden, um fehlende Messwerte zu ermitteln (oder abzuschätzen, ob vorgegebene Werte zu gegebenem arithmetischem Mittel passen können)
- Auswirkung der Anzahl der Werte bei der Mittelung von Mittelwerten (er-)kennen

Zur Illustration auch hier wieder ein freigegebenes I4-Item aus diesem Bereich:

In einem Unternehmen beträgt das durchschnittliche Monatseinkommen (arithmetisches Mittel) der Frauen 1 500 €. Jenes der Männer 2 000 €.

Was könnte der Grund dafür sein, dass das arithmetische Mittel der Einkommen aller Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter dieses Unternehmens kleiner als 1 750 € ist?

Kreuze die richtige Antwort an.

Es gibt in diesem Unternehmen weniger Männer als Frauen.

Es gibt in diesem Unternehmen weniger Frauen als Männer.

Es gibt in diesem Unternehmen einige Frauen, die sehr viel weniger als 1 500 € verdienen (Ausreißer). Das wirkt sich auf den Gesamt-Durchschnitt entsprechend aus.

Es gibt in diesem Unternehmen einige Männer, die sehr viel weniger als 2 000 € verdienen (Ausreißer). Das wirkt sich auf den Gesamt-Durchschnitt entsprechend aus.

Abb. 10: „Mittelschwere“ I4-Aufgabe (aus den freigegebenen Testitems – <https://www.bifie.at/node/1950>)

In dieser Aufgabe ist es notwendig die Bedeutung der Anzahl der Werte in den einzelnen Teilmengen (Männer und Frauen eines Unternehmens) für die Ermittlung von (Gesamt-)Mittelwerten zu (er)kennen.

Nur ca. ein Drittel der österreichischen SuS konnten diese Aufgabe korrekt lösen, eine Differenzierung nach Schultyp ergibt für die AHS SuS eine Lösungshäufigkeit von 43,5 % und für die APS SuS eine Lösungshäufigkeit von 29,9 % (also schon eine „schwierige“ Aufgabe). Dabei handelt es sich bei dieser Aufgaben um eine MC-Aufgabe mit vier vorgegebenen Antwortmöglichkeiten, der mathematische Zusammenhang muss also von den SuS nicht selbst gefunden werden, sondern aus vier vorgegebenen Antworten ist die korrekte auszuwählen, die „Denkrichtung“ ist also bereits vorgegeben. Hinzu kommt, dass das Antwortformat eine Ratewahrscheinlichkeit von 25 % ermöglicht. Dazu ein interessantes Rechenbeispiel: Wenn in diesem Fall 12 % der SuS die richtige Lösung der Aufgabe tatsächlich wissen und die restlichen 88 % raten, dann ergibt dies bei dieser Aufgabe eine Lösungshäufigkeit von 34 %.

„Schwierige“ I4-Aufgaben (Lösungshäufigkeit von unter 30%)

- Manipulation von Stab- oder Liniendiagramm (er-)kennen oder durchführen (Achsenskalierung)
- Vorzüge/Stärken bestimmter grafischer Darstellungen (er-)kennen
- Gewogenes arithmetisches Mittel (für zwei Mittelwerte) ermitteln
- Ergebnis einer Mittelung von zwei (zweistelligen natürlichen) Zahlen mit Hilfe der Definition/Formel des arithmetischen Mittels begründen
- Unterschiede in den Werten von arithmetischem Mittel und Median begründen

Auch für diesen Inhaltsbereich liegen keine vom bifie freigegebenen schwierigen Testaufgaben zur Illustration vor.

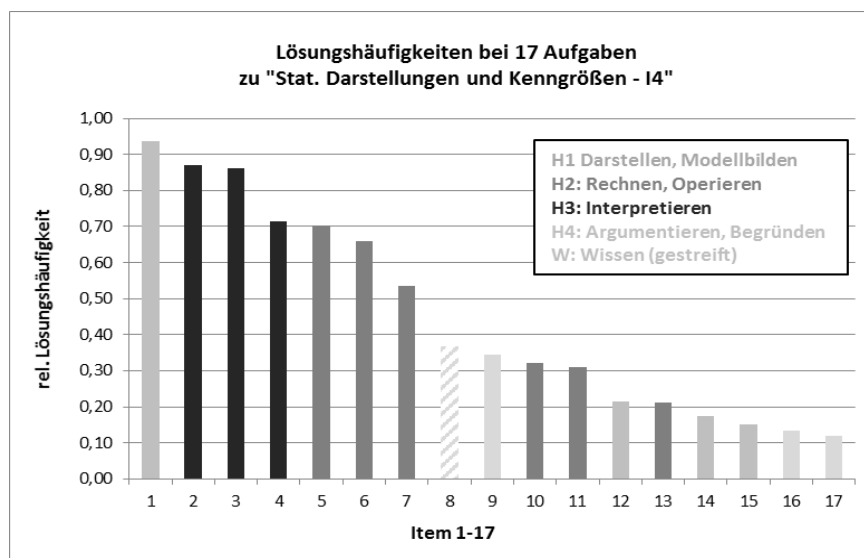


Abb. 11: Lösungshäufigkeiten der I4-Items – gegliedert nach Handlungsbereichen

Betrachtet man die 17 I4-Aufgaben nach ihrer Zuordnung zu den vier Handlungsbereichen (s. Abb. 11) so fällt auf, dass es nur drei I4-Aufgaben mit *interpretativen Anforderungen* gibt, die alle ausschließlich auf das Ablesen von Werten aus statistischen Elementargrafiken abzielen und alle eine Lösungshäufigkeit von über 70 % haben. Hier lassen sich Ähnlichkeiten zu den I2-Aufgaben erkennen, wo ebenso Aufgaben, die das Lesen und Deuten von Funktionswerten verlangten, sehr hohe Lösungs-

häufigkeiten aufwiesen. Interpretationen von statistischen Kenngrößen sind in keinem der 17 I4-Testitems erforderlich.

Argumentations- und Begründungsaufgaben gibt es ebenso nur wenige und diese zählen eher zu den sehr schwierigen Aufgaben, wobei auch in diesem Inhaltsbereich in der Regel Argumente/Begründungen von den SuS nicht selbst zu formulieren sind, sondern vorgegebene Argumente/Begründungen hinsichtlich ihres Zutreffens zu bewerten sind bzw. eine korrekte Begründung aus mehreren auszuwählen ist. Die schwierigste I4-Aufgabe (Lösungshäufigkeit ca. 12 %) hat fachliche Anforderungen, die unter den letztgenannten der o. g. Punkte fallen. Diese Aufgabe ist gleichzeitig die für die SuS zweit schwierigste Aufgabe aller 72 Testitems.

Aufgaben mit *operativen Anforderungen* machen etwa ein Drittel der I4-Aufgaben aus. Sie fallen im Wesentlichen entweder in den Bereich der gerade noch leichten Aufgaben (wenn es um die Ermittlung des arithmetischen Mittels geht) oder in den Bereich der gerade noch mittelschweren oder bereits schwierigen Aufgaben (wenn es um Ermittlung eines gewogenen arithmetischen Mittels, eines Median oder um die operative Anwendung der Definition des arithmetischen Mittels geht).

Aufgaben, die ihren Fokus auf dem *Darstellen* von Daten haben, haben entweder eine sehr hohe Lösungshäufigkeiten (wenn es um einen direkten Darstellungswechsel geht) oder eine sehr niedere Lösungshäufigkeit (wenn es um das Erkennen bzw. Kennen von Manipulationen oder Stärken von gängigen elementaren statistischen Grafiken geht).

Differenzierung nach Geschlecht

Bei 13 der 17 Aufgaben liegen die Lösungshäufigkeiten der Burschen über jenen der Mädchen. In den meisten Fällen ist der Unterschied geringfügig, lediglich bei drei Aufgaben beträgt die Differenz mehr als 5 %-Punkte (Aufgaben 6, 7 und 9 – vgl. Abb. 12). In diesen Fällen handelt es sich um die Ermittlung eines arithmetischen Mittels, um die Anwendung der Definition des arithmetischen Mittels sowie um die Anwendung von Kenntnissen rund um die Mittelung von Mittelwerten. Eine Systematik lässt sich hier – zumindest im Rahmen dieser ersten Analyse – nicht erkennen. Ebenso geringfügig ist die Differenz in jenen wenigen Fällen, in denen die Lösungshäufigkeit der Mädchen höher als die der Burschen ist. Insgesamt ergibt sich somit für den Inhaltsbereich I4 kein signifikanter Unterschied zwischen den Leistungen der Mädchen und Burschen; die durchschnittliche Lösungshäufigkeiten der Burschen liegt zwar im Inhaltsbereich I4 höher als die der Mädchen, die Differenz beträgt aber nur 2,2 %-Punkte.

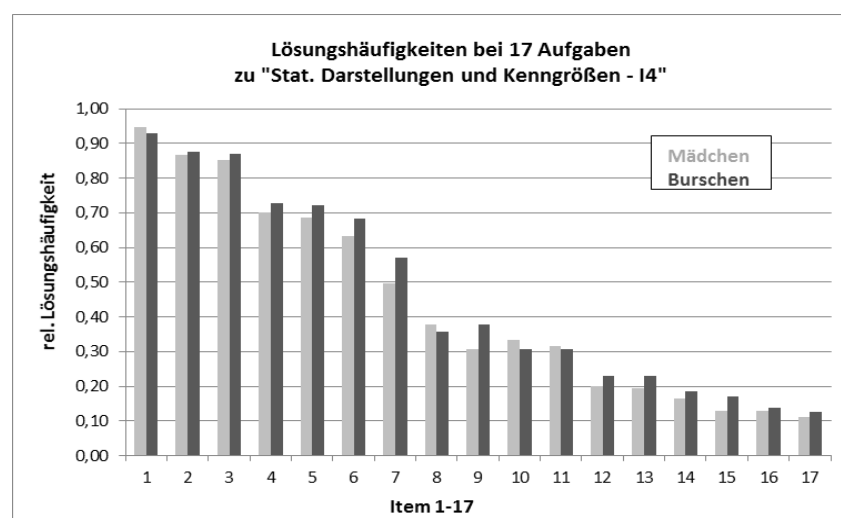


Abb. 12: Lösungshäufigkeiten der I4-Items – getrennt nach Geschlecht

Differenzierung nach Schultyp

Wie im Inhaltsbereich I2 ist auch im Inhaltsbereich I4 die durchschnittliche Lösungshäufigkeit der AHS-SuS mit 56,9 % signifikant höher als die der APS SuS mit 39,0 %. Die Differenz von ca. 18%-Punkten unterscheidet sich allerdings kaum von der Differenz der schultypenspezifischen Gesamtmittelwerte. Bei vier der 17 Aufgaben beträgt der Unterschied mehr als 25 %-Punkte, bei einer Aufgabe mehr als 30 %-Punkte. Unter diese vier Aufgaben fallen auch jene Aufgaben, die die direkte Berechnung eines arithmetischen Mittels verlangen (vgl. Beispiel in Abb. 9) oder die Anwendung von Kenntnissen über die Mittelung von Mittelwerten (vgl. Beispiel in Abb. 10) bzw. über die Definition des Median. Es handelt sich dabei um Aufgaben, die sich insgesamt als eher (im psychometrischen Sinne) leichte oder mittelschwere Aufgaben erwiesen haben. Große relative Unterschiede sind insbesondere bei allen (im psychometrischen Sinne) schwierigen I4-Aufgaben erkennbar, wo die Lösungshäufigkeiten der AHS SuS durchgängig doppelt so hoch sind wie jene der APS SuS. Fachlich geht es dabei um ganz unterschiedliche mathematische Anforderungen (siehe oben).

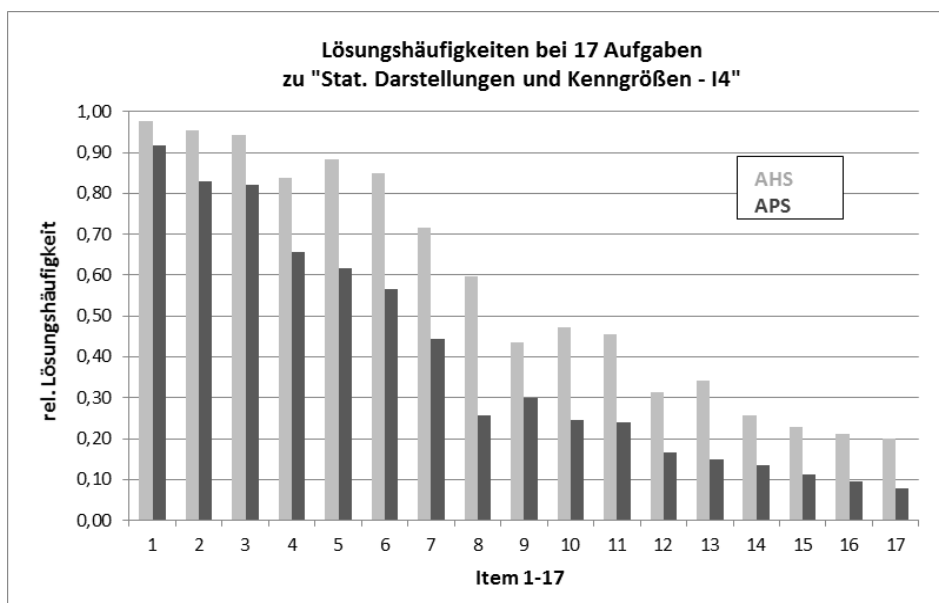


Abb. 13: Lösungshäufigkeiten der I4-Items – getrennt nach Schultypen

4. Abschließende Bemerkungen

Meine bisherigen Analysen der Daten konzentrierten sich auf die vier Inhaltsbereiche und die vier Handlungsbereiche, einige Ergebnisse der Analysen der Inhaltsbereiche I2 und I4 wurden in diesem Beitrag dargestellt. Ergänzend dazu werden Untersuchungen im Hinblick auf die drei Komplexitätsbereiche durchgeführt. Nach dieser ersten Phase der Datenanalyse wird es von Interesse sein, sich auf Basis der vorliegenden Daten mit Fragen auseinanderzusetzen wie: Lassen sich generelle Aussagen über Schwierigkeiten bzw. Stärken und Schwächen der österreichischen SuS machen? Gibt es systematische Unterschiede zwischen den erbrachten Leistungen der Mädchen und Burschen? Gibt es systematische Auffälligkeiten bezüglich der Unterschiede zwischen SuS der AHS und der APS? Was besagen die Standards M8 - Ergebnisse insgesamt? Von besonderer Relevanz sind jedoch Überlegungen, welche unterrichtlichen Konsequenzen aus den empirischen Befunden abgeleitet werden können. Dafür wäre es aber jedenfalls auch notwendig, dass den Lehrkräften die Daten und Analysen ihrer eigenen Klassen sowie ihrer eigenen Schule zur Verfügung gestellt werden, um ganz gezielt für die eigene Situation und den eigenen Unterricht Konsequenzen daraus ziehen bzw. konkrete Diskussionen in der Fachgruppe der Schule führen zu können. Die bislang vom bifie rückgemeldeten Punktwerte

helfen diesbezüglich nur wenig weiter. Für eine Bewertung der Leistungen der SuS und für evidenzbasierte unterrichtliche Konsequenzen ist es notwendig, die im Test erzielten Leistungen (Lösungshäufigkeiten) den fachlichen Anforderungen der Testitems gegenüberzustellen. Ohne Kenntnis der eingesetzten Testitems und den von den SuS der eigenen Klasse(n) bzw. Schule jeweils erreichten Lösungshäufigkeiten haben die aufwändigen österreichweiten Testungen und deren Ergebnisse für die Unterrichtsentwicklung der Lehrerinnen und Lehrer nur sehr eingeschränkten Nutzen.

Literatur

- bm:ukk (2009/2013): *Verordnung der Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur über Bildungsstandards im Schulwesen* BGBl II 2009/1; in novellierter Fassung 2013 (mit Anlage Fassung 2013). Online: https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/bgbl_ii_nr_1_2009_17533.pdf
https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/vo_bildungsstandards2013_24597.pdf
https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/vo_bildungsstandards2013anl_24598.pdf (Zugriff: 3.11.2014)
- Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) (Hrsg.) (2007): *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Version 4/07, Klagenfurt. Online: http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf (Zugriff: 3.11.2014)
- Kröpfl, B.; Schneider, E. (Hrsg.): *Standards Mathematik unter der Lupe. Fachdidaktische Erläuterungen und Konkretisierungen zum österreichischen Standards-Konzept M8*. München-Wien: Profil.
- Peschek, W. (2012): Die österreichischen Standards M8. In: Kröpfl, B.; Schneider, E. (Hrsg.): *Standards Mathematik unter der Lupe. Fachdidaktische Erläuterungen und Konkretisierungen zum österreichischen Standards-Konzept M8*. München-Wien: Profil, S. 21-38.
- Schreiner, C.; Breit, S. (Hrsg.) (2012): *Standardüberprüfung 2012 Mathematik, 8. Schulstufe – Bundesergebnisbericht*. Wien: bifie – bmukk.
- Vohns, A. (2014): Bildungsstandards M8: Wie kommen die offiziellen Zahlen zustande und was sagen sie (nicht) aus? *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichisch Mathematischen Gesellschaft*, in diesem Heft.

Verfasserin

Edith Schneider
Alpen-Adria Universität Klagenfurt
Institut für Didaktik der Mathematik
Österr. Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik (AECC-M)
Sterneckstraße 15
9020 Klagenfurt
edith.schneider@aau.at